

## ნახვრეტის მქონე მართკუთხა ფირფიტის სიმტკიცეზე ანგარიში ღერძული დატვირთვების შემთხვევაში

ს. ტეფნაძე<sup>1</sup>, ს. ბლიაძე<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი

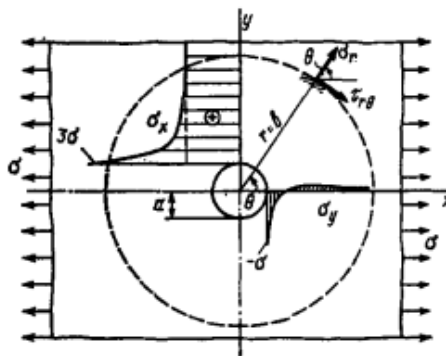
თბილისი, ქეთევან დედოფლის გამზირი № 16, 0103 საქართველო

**რეზიუმე:** საავიაციო კონსტრუქციების უმრავლესობა წარმოადგენს ძაბვათა კონცენტრაციის არეს, საკმარისია განვიხილოთ მოქლონებით ან ჭანჭიკებით შეერთება. ძაბვათა თავმოყრა ძირითადად გვხვდება, არა მხოლოდ სიხისტეთა მკვეთრი ცვლილების არეში, არამედ ნახვრეტების მიდამოში. კონცენტრაციის ამოცანას გადაწყვეტას კიდევ უფრო ართულებს მასზე მოსული დატვირთვების რთული ბუნება. აღნიშნულ სტატიაში განხილულია ღერძული დატვირთვების ქვეშ მყოფი უსასრულო ფირფიტა ცენტრალური ნახვერტით. ეს ამოცანა პირველად დრეკადობის კლასიკური თეორიის ფარგლებში ამოხსნილი იყო კირშის მიერ, ხოლო, ცოტა მოგვიანებით ამოხსნის სხვა ვარიანტი შემოგვთავაზა ნ. მუსხელიშვილმა. სტატიის მიზანს წარმოადგენს პროგრამულ კომპლექს MASTRAN-ში და საპროგრამო ენა MATLAB-ში შევქმნათ საანგარიშო მოდელი, რომლის ამონახსენი მაღალი სიზუსტით მიუახლოვდება ანალიზურ ამონახსნს.

**საკვანძო სიტყვები:** ძაბვა, კონცენტრატორი, სიხისტე, სასრული ელემენტი.

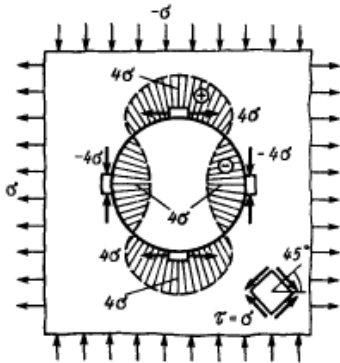
### ძირითადი ნაწილი

განვიხილოთ ნახვრეტიანი ფირფიტა რომელზედაც  $\sigma_x$  ღერძის გასწვრივ მოქმედებს გამჭიმავი ძალა (ნახ.1). ვთქვათ, ნახვრეტის  $a$  რადიუსი რამდენიმეჯერ მცირეა ფირფიტის სიგანეზე, მაშინ შეიძლება ჩაითვალოს, რომ გვაქვს უსასრულო ფირფიტა (ზოლი), რომელიც გაჭიმულია  $\sigma_x = \sigma$  ძაბვით და გააჩნია ნახვრეტის  $a$  რადიუსი (ნახ. 1)

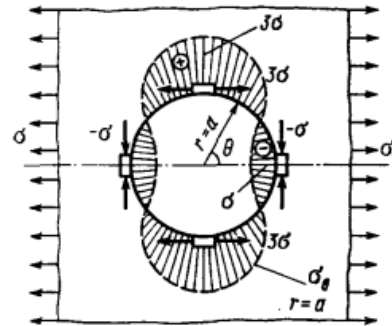


ნახ.1 ძაბვის განაწილება

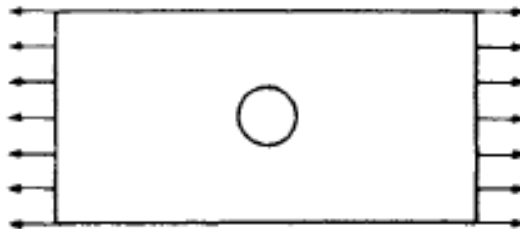
დეკარტულ სისტემაში ეს იქნება  $\sigma_y$  და  $\sigma_x$  ძაბვების ეპიურები. ნახვრეტის კონტურის ირგვლივ  $\sigma_\theta$  გამჭიმავი და მკუმშავი ძაბვების განაწილება ნაჩვენებია (ნახ. 2).



ნახ. 2 გამჭიმავი და მკუმშავი ძაბვების განაწილება



ნახ. 3 ნახვრეტთან  $\sigma_\theta$  ძაბვების განაწილება



ნახ. 4. ფირფიტა ნახვრეტით

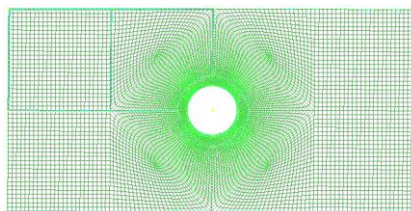
თუ  $\sigma$  ძაბვაზე დავადებთ კუმშვას ( $-\sigma$ ) პერპენდიკულარული მიმართულებით, მაშინ ფირფიტა მთლიანობაში განიცდის სუფთა ძვრას მხებ ძაბვასთან  $\tau = \sigma$ . ნახვრეტთან  $\sigma_\theta$  ძაბვების განაწილება ნაჩვენებია (ნახ.3) კონცენტრაციის კოეფიციენტი გაჭიმვისას ნახვრეტთან არის 3, ხოლო სუფთა ძვრისას - 4, [2]. მოცემულია ფოლადის ფირფიტა  $400 \times 200 \times 1$  მმ ცენტრში ნახვრეტით რომლის დიამეტრია 50 მმ, რომელზედაც მოქმედებს გამჭიმავი ძალა 100 კნ. (იხ. ნახ. 4).

მასალის მექანიკური მახასიათებლები: დრეკადობის მოდული ტოლია  $E = 200$  მგპ. პუასონის კოეფიციენტი  $\mu = 0.25$ .

სასრულ ელემენტთა ბაზაზე შექმნილ საინჟინრო საანგარიშო პროგრამა Femap-ში ავაგოთ შესაბამის გეომეტრიული ზომების ფირფიტა. მოდელირება მოვახდინოთ 4 კვანძიანი ოთხკუთხა სასრული ელემენტით. აღნიშნული ფირფიტა 2 განსხვავებული მეთოდით დავყოთ სასრულ ელემენტებად - ბადედ. ბადე ოპტიმალურია თუ ანგარიშის შემდგომ თითოეული ელემენტი არ მოიცავს 4 ფერზე მეტს 16 ფერიდან და ელემენტის გეომეტრიული ზომების შეფარდება არ აღემატება 2-ს. ჩვენი მიზანია კირპის ამოცანის პროგრამული ანგარიში სასრულ ელემენტთა ბადის 2 სხვადასხვა ვერსიით და საანგარიშო პროგრამების FEMAP და MATLAB პროგრამებში მოდელირებით. მოვახდინოთ შედარებითი ანალიზი ანალიზურად ამოხსნილ შედეგთან და მოვახდინოთ ცდომილებათა ხარისხის

განსაზღვრა ორივე შემთხვევისათვის. თავდაპირველად, საანგარიშო მოდელზე სასრულ ელემენტთა ბადის გენერირება მოვახდინოთ ავტომატურად, ელემენტის ზომად მივანიჭოდ 2. ამ მეთოდით შექმნილი მოდელის ანგარიშის შედეგის ცდომილობა არის 5%, კირშის ამოცანის თეორიულად მიღებულ ამონახსნთან შედარებით.

განვიხილოთ ალტერნატიული სასრულ ელემენტთა ბადე, ფირფიტაზე გამოვყოთ 35 მმ რადიუსის მქონე წრეწირი, რათა ნახვრეტის გარშემო შევქმნათ ერთგვარი რგოლი. ვინაიდან, ნახვრეტი არე წარმოადგენს ჩვენს ინტერესს (კონცენტრაცია), ამიტომ დაყოფის ბიჯი იყოს მცირე. ამრიგად, რგოლი დავეყოთ 128 სასრულ ელემენტად, შემდგომ ბადის გენერირება მოვახდინოთ ფირფიტის მეოთხედ ნაწილზე. მეოთხედი ნაწილი დავეყოთ 2 ნაწილად, რომელთაგან, ერთი ნაწილი შეიცავს რკალს, ხოლო, მეორე - კვადრატული ფორმისაა. რაც შეეხება რკალის შემცველი ფიგურას, თავდაპირველად, დავეყოთ თვითონ რკალი  $128/4=32$  ელემენტად, ხოლო, რკალის თავიდან და ბოლოდან გამოსული მონაკვეთები თანაბარი რაოდენობით ისე, რომ ბიჯი რკალთან იყოს მცირე, ხოლო, მეორე ბოლოსკენ იზრდებოდეს. დანარჩენი მონაკვეთების ელემენტებთა რაოდენობად მივუთითოთ 24, აღვნიშნოთ, რომ მათი ბიჯი არათანაბარია. ელემენტების ზომების შეფარდება თავსა და ბოლოში ტოლია 2-ის. ჩვენ შემთხვევაში რკალებთან დაყოფა დიდია ე.ი. ელემენტები პატარა. მოვახდინოთ ზედაპირის აპროქსიმაცია სამი წერტილით: წვერო და რკალის საწყისი და საბოლოო წერტილები. შემდეგ კი უშუალოდ ვახდენთ ბადის გენერირებას, ელემენტების ზომების ფარდობა არ აღემატება 2-ს, აგრეთვე დავეყოთ კვადრატული ზედაპირის ყოველი გვერდი 24 ელემენტად და მოვახდინოთ ბადის გენერირება, ამით მეოთხედი ფირფიტა დაფარულია სასრულ ელემენტთა ბადით, ელემენტებად დაყოფილი ნაწილი ავსახოთ ჯერ ჰორიზონტალურად, შემდეგ ვერტიკალურად. საბოლოოდ, მოვახდინოთ ამ ოთხი ნაწილისა და რგოლის კვანძების (შეკერვა) გაერთიანება და გვექნება შემდეგი სურათი (ნახ. 5).

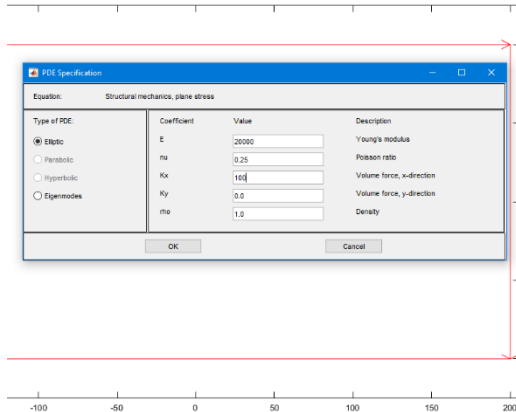


ნახ. 5 სასრულ ელემენტოვანი ბადე

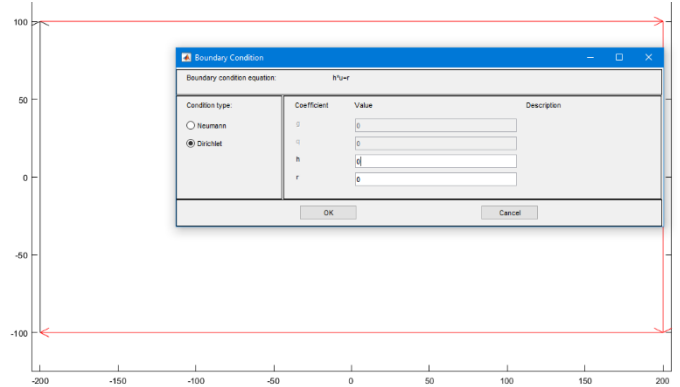
### ჩამაგრება და დატვირთვები:

განვიხილოთ ჩამაგრებისა და დატვირთვების ორი ვარიანტი: 1. ჩავამაგროთ ფირფიტა ისე, რომ მარცხენა მხარეს მის კვანძებს X ღერძის გასწვრივ გადაადგილება შეეზღუდოს, ამასთან არ შეეძლოს მობრუნება. ყველა კვანძს, გარდა ერთისა, შეეძლება გადაადგილება Y ღერძის მიმართ, რაც იმას ნიშნავს, რომ ფირფიტას შეუძლია კუმშვა, ე.ი. გაჭიმვის დროს შეეძლება ფირფიტას სიგანეში შეკუმშვა. კირშის ამოცანის პირობიდან გამომდინარე, დატვირთვა მოდებულია წრფეზე, პროგრამა Femap-ს აქვს შესაძლებლობა

ძალა მოვდოთ წრფეზე საერთო დატვირთვით 100000 ნ და პროგრამა თვითონ გადაანაწილებს მას კვანძებზე. ამისათვის საჭიროა ამ კვანძების ასოცირება სასურველ წრფესთან. 2. ამ შემთხვევაში ჩამაგრება მოვახდინოთ დამატებით ფირფიტის სიგრძის მიმართაც, ხოლო საწინააღმდეგო კიდეზე მოვდოთ იგივე დატვირთვა. რაც შეეხება მოდელირებას პროგრამა მატლაბში ამოიხსნა ელიფსური ტიპის დიფერენციალური განტოლება (იუნგის მოდული და პუასონის კოეფიციენტები იგივეა), ხოლო სასაზვრო პირობად მიუთითეთ დირიხლეს პირობა (იხ. ნახ.6 და ნახ. 7)



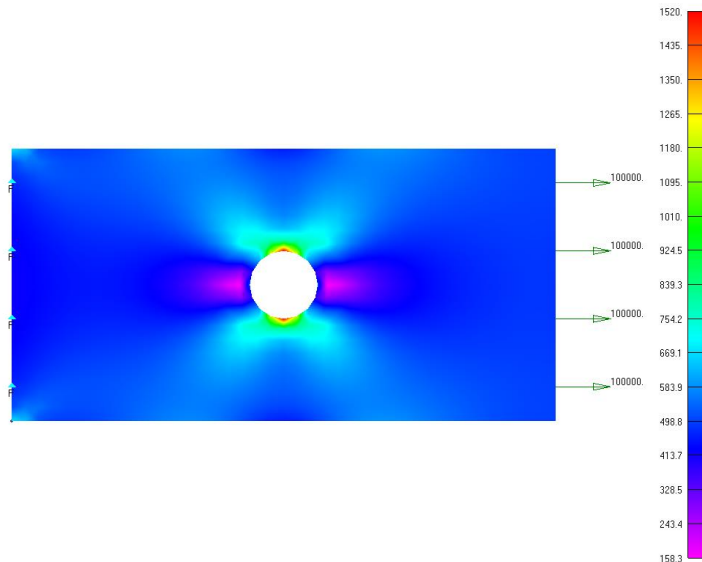
ნახ. 6 ელიფსური ტიპის დიფ. განტოლება



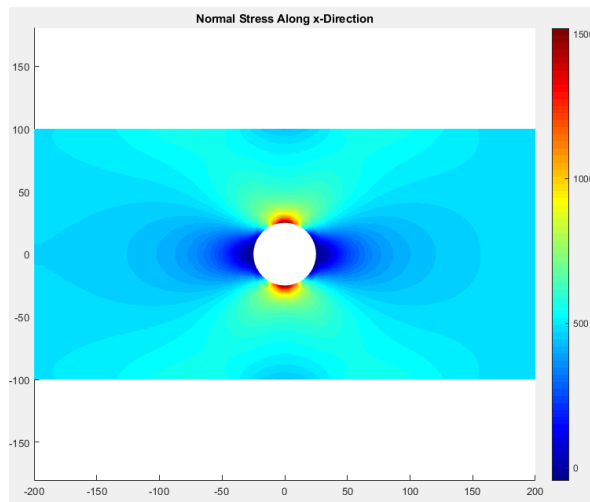
ნახ. 7 დირიხლეს პირობა

### ანგარიში (ამოხსნა)

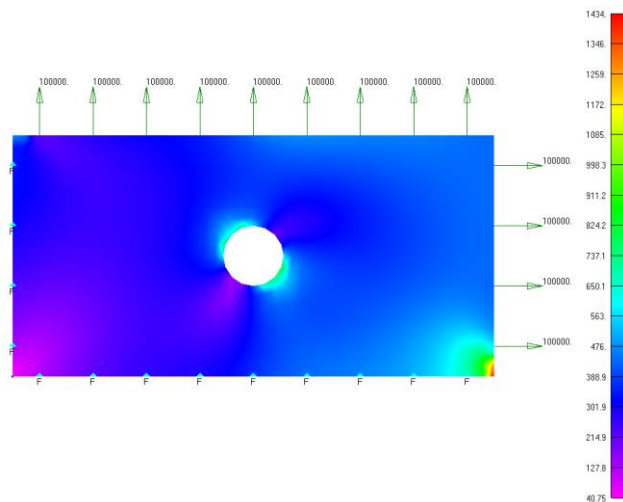
ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა ტოლია  $100000/200=500$  პა. პროგრამული ამონახსენები იწილეთ ნახ. 8, ნახ. 9 და ნახ. 10



ნახ. 8 ძაბვის ამონახსენების მნიშვნელობა მატლაბში



ნახ. 9 ძაბვის ამონახსნების მნიშვნელობა ნასტრანში



ნახ. 10 ძაბვათა მნიშვნელობა ფირფიტის ოთხივე კიდეზე გამჭიმავი ძალების შემთხვევაში

### დასკვნა

რიცხვითი ექსპერიმენტიდან გამომდინარე შეიძლება გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნა, ანალიზური ამოხსნის მიხედვით ძაბვთა კონცენტრაციის არეში ძაბვის მნიშვნელობა ტოლია  $500 \cdot 3 = 1500$  პა. ნასტრანში და მატლაბში მოდელირებულმა ფირფიტის ამონახსნის მნიშვნელობა ტოლია 1520 პა. ცთომილება ანალიზურ ამონახსნებთან შეადგენს 1,3% ეს იმ შემთხვევაში როდესაც გამოყენებული არაა იზოპარამეტრული ოთხკუთხა ელემენტები. რაც შეეხება ფირფიტის ანალიზს, როდესაც ოთხივე კიდეზე მოქმედებს გამჭიმავი ძალა ძაბვათა თავმოყრა მოხდა ფირფიტის გრძელი კიდის ბოლოში ნაცვლად ნახვრეტის მიდამოსი, რიცხობრივად იგი შეადგებს დაახლოებით სამჯერ მეტს ვიდრე ძაბვის საშუალო მნიშვნელობა.

### გამოყენებული ლიტერატურა:

- [1] - ს.ბლიაძე, ზ. სესკურია, კონსტრუქციების მოდელირება და სტრუქტურული ანალიზი MSC/NASTRAN v.4-ში. გამ. „თბილისი“, 2008 წ. 339 გვ;
- [2] - А.В. Александров, В.Д. Потанов Основы теории упругости и пластичности. М. “Вишяя школа” 1990г. 400стр;
- [3] - А.Г. Щербо. Основы теории упругости и пластичности. Новосибирси ПГУ 2008г. 240стр;
- [4] - В.И. Самуль. Основы теории упругости и пластичности. М. “Вишяя Школа” 1992г;
- [5] - H. Jane Helena, Theory of elasticity and plasticity PHI learning 2017y 264p.

## Analysis on strength of the rectangular plate with a hole in case of axial loads

S. Tepnadze<sup>1</sup>, S. Bliadze<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Georgian Aviation University

Ketevan Dedopali Ave. 16, 0103, Tbilisi, Georgia<sup>1</sup>

### Abstract

The vast majority of aviation structures are areas of stress concentration, it is sufficient to consider riveted or bolted connections. The concentration of stresses mainly found, not only in the area of sharp changes in stiffness, but also in the area of holes. Solving the task of concentration made even more difficult by the complex nature of the loads that come to it. In this article, an inelastic plate with a central half-section under axial loads discussed. This problem was solved for the first time within the framework of the classical theory of elasticity by Kirsch and other version of the solution was proposed by N. Muskhelishvili. The purpose of the article is the software complex MASTRAN and In the MATLAB programming language, we will create an analytical model, the solution of which will approach the analytical solution with high accuracy. As the numerical experiments showed, the calculation scheme modeled in both programs gave us a 1.3% error with respect to the exact solution.