ელიფსური ნახვრეტის მქონე მართკუთხა ფირფიტის სიმტკიცეზე ანგარიში ღერძული დატვირთვების შემთხვევაში

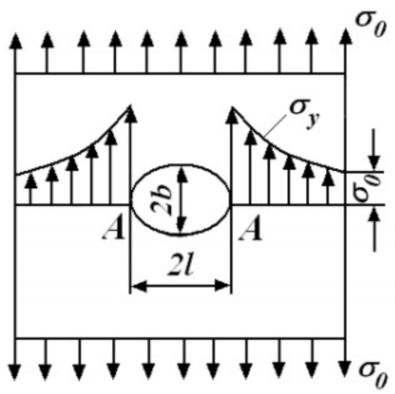
ს. ტეფნაძე[1], ს. ბლიაძე[2]
[1,2] საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი
თბილისი, ქეთევან დედოფლის გამზირი № 16, 0103 საქართველო

რეზიუმე: *საავიაციო კონსტრუქციის პროექტირების პროცესში ძაბვათა ველის სრულყოფილი შესწავლა ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი პრობლემას წარმოადგენ. ძაბვათა კონცენტრაციის ველის არასრული შესწავლა ყოფილა არაერთი კატასტროფის მიზეზი, პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით ძაბვათა თავმოყრა ძირითადად გვხვდება, არა მხოლოდ სიხისტეთა მკვეთრი ცვლილების არეში, არამედ ნახვრეტების მიდამოში. შევნიშნოთ, რომ ძაბვათა თავმოყრის ანალიზისთვის განმსაზღვრელია ნახვრეტის ფორმა. აღნიშნულ სტატიაში განხილულია ღერძული დატვირთვის ქვეშ მყოფი უსასრულო ფირფიტა ცენტრალური ელიფსური ნახვერტით. ეს ამოცანა პირველად დრეკადობის კლასიკური თეორიის ფარგლებში ამოხნილი იყო რუსი მეცნიერის გ. კოლოსოვის მიერ 1909 წ. [6], ხოლო, ცოტა მოგვიანებით ამოხსნის სხვა ვარიანტი შემოგვთავაზა ინგლისელმა მეცნიერმა კ. ინგლისმა 1913 წ. [7]. სტატიის მიზანს წარმოადგენს პროგრამულ კომპლექს MASTRAN-ში შევქმნათ საანგარიშო მოდელი, რომლის ამონახსენი მაღალი სიზუსტით მიუახლოვდება ანალიზურ ამონახსნს და დავადგინოთ თანაფარდობა ელიფსის ნახევარღერძებსა და თავმოყრილ ძაბვათა მნიშვნელობებს შორის.*

საკვანძო სიტყვები: *ძაბვა, კონცენტრატორი, სიხისტე, სასრული ელემენტი.*

ძირითადი ნაწილი

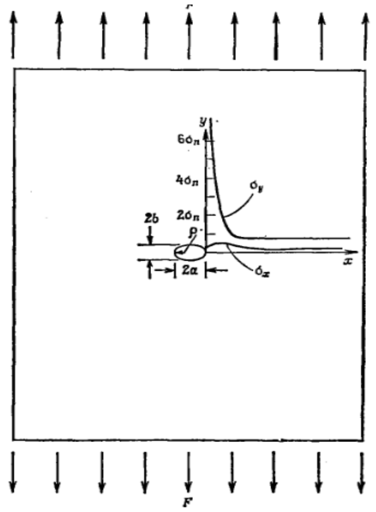
განვიხილოთ ელიფსური ნახვრეტის მქონე ფირფიტა რომელზედაც ox ღერძის გასწვრივ მოქმედებს გამჭიმავი ძალა (ნახ.1). სადაც ელიფსის l და b ნახევარღერძები შესაბამისად ტოლია 50 და 25 მმ - ის. თუ ნახვრეტის ნახევარღერძები რამდენიმეჯერ მცირეა ფირფიტის სიგანეზე, მაშინ შეიძლება ჩაითვალოს, რომ გვაქვს უსასრულო ფირფიტა.



ნახ.1 ფირფიტის გეომეტრია და ჩამაგრება

განვიხილოთ ფირფიტა, რომელიც გაჭიმულია $\sigma_x = \sigma$ ძაბვით. ანალიზური ამოხსნის ველი იხ. ნახ 2 -ზე, და ნახ. 3 -ზე სადაც σ_0 წარმოადგენს ფირფიტის საშუალო ძაბვას ნახვრეტის გარეშე [8].

კოლოსოვ-ინგლისის თეორიით აღმოჩნდა, რომ ყველაზე საშიში პიკური ძაბვები განისაზღვრება ხვრელის გამრუდებით, ხოლო წვეროებზე, სადაც გამრუდება მაქსიმალურია, მათ შეუძლიათ მიაღწიონ მნიშვნელობებს რომლებიც მრავალჯერ აღემატება ძაბვის მნიშვნელობებს მყარ ფირფიტაში:

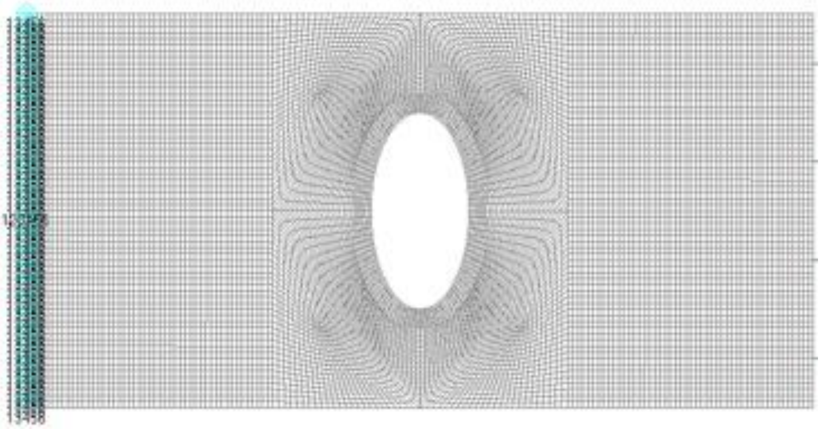


ნახ.2 ძაბვათა განაწილება

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + \frac{2l}{b}\right).$$

მოყვანილი ფორმულის მიხედვით, ძაბვები ვიწრო ელიფსის წვეროებზე (l / b – დიდია) შეიძლება გახდეს ძალიან დიდი. თუ ფორმულაში შევიყვანთ ρ სიდიდეს, რომელსაც ეწოდება სიმრუდის რადიუსი კვეთის წვეროზე, მივიღებთ:

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + 2\sqrt{\frac{l}{\rho}}\right).$$



ნახ. 3 ანალიზური ამონახსნი

აღმოჩნდა, რომ ამ ფორმულით ძაბვათა კონცენტრაციის გამოთვლა გამოიყენება არა მხოლოდ ელიფსური ხვრელების, არამედ ნებისმიერი ფორმის ხვრელებისთვის, რომელთა კონტურზე არის წერტილები სიმრუდის მცირე რადიუსით. რა თქმა უნდა, რეალურ მასალაში ძაბვები შეიძლება გაიზარდოს გარკვეულ ზღვრებამდე და ზემოთმოყვანილი ფორმულა არ შეიძლება გამოყენებულ იქნას დამატებითი ანალიზის გარეშე. ძაბვის კონცენტრაცია გულდასმით უნდა იყოს გათვალისწინებული სიმტკიცის გამოთვლებში. პროფესორ კ. ინგლისის წყალობით, შემოვიდა ცნება "ძაბვის კონცენტრაცია" რიცხვს, რომელიც გვიჩვენებს, რამდენჯერ აღემატება ლოკალური ძაბვები ნომინალურს, ეწოდება ძაბვის კონცენტრაციის ფაქტორი. განვიხილოთ მაგალითი: მოცემულია ფოლადის ფირფიტა $400 \times 200 \times 3$ მმ ცენტრში ელიფსური ნახვრეტით, რომლის ნახევარღერძებია 50 მმ და 25 მმ, რომელზედაც მოქმედებს გამჭიმავი ძალა 150 კნ. (იხ. ნახ. 1.) მასალის მექანიკური მახასიათებლები: დრეკადობის მოდული ტოლია $E = 200$ გპა. პუასონის კოეფიციენტი $\mu = 0.3$, სასრულ ელემენტთა ბაზაზე შექმნილ საინჟინრო საანგარიშო პროგრამაში Femap ავაგოთ შესაბამის გეომეტრიული ზომების ფირფიტა (იხ. ნახ.1). მოდელირება მოვახდინოთ 4 კვანძიანი ოთხკუთხა სასრული ელემენტით. ელიფსური ნახვრეტის გარშემო შევქმნათ ელიფსი ნახევარღერძებით 65 მმ და 35 მმ შექმნილი არე. დავყოთ მაქსიმალურად მცირე ოთკუთხედებად, სადაც გვერდების შეფარდება ნაკლები იქნება 2 - ზე დანარჩენ არეზე ბადე შედარებით გავზარდოთ.

მასალა და თვისების მინიჭება

მასალის დრეკადობის მოდული ტოლია $E = 200$ გპა. პუასონის კოეფიციენტი $\mu = 0.3$, ფირფიტის გეომეტრიული ზომები $400 \times 200 \times 3$მმ.

ჩამაგრება და დატვირთვები:

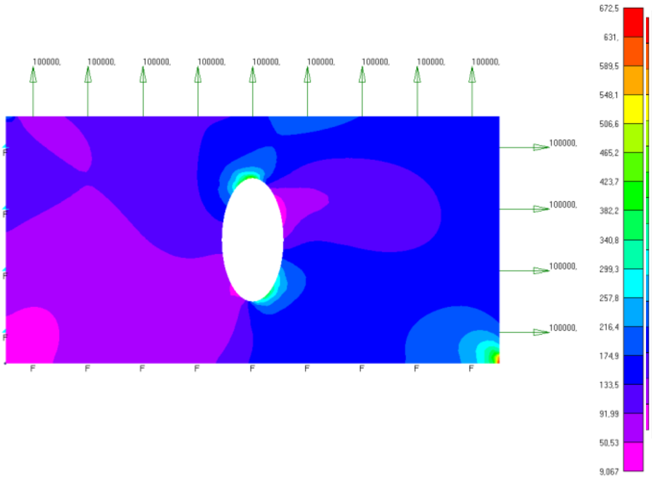
ძაბვათა ველის სრულყოფილი შესწავლის მიზნით განვიხილოთ ორი შემთხვევა:

1. ჩავამაგროთ ფირფიტა ისე, რომ მარცხენა მხარეს მის კვანძებს X ღერძის გასწვრივ გადაადგილება შეეზღუდოს, ამასთან არ შეეძლოს მობრუნებაც. ყველა კვანძს, გარდა ერთისა, შეეძლება გადადგილება Y ღერძის მიმართ, რაც იმას ნიშნავს, რომ ფირფიტას შეუძლია კუმშვა, ე.ი. გაჭიმვის დროს შეეძლება ფირფიტას სიგანეში შეკუმშვა. Femap-ს აქვს შესაძლებლობა ძალა მოვდოთ წრფეზე საერთო დატვირთვით 100000 ნ და პროგრამა თვითონ გადაანაწილებს მას კვანძებზე. ამისათვის საჭიროა ამ კვანძების ასოცირება საჭირო წრფესთან.

2. ამ შემთხვევაში ჩამაგრება და დატვირთვები მსგავსად პირველი შემთხვევისა განვახორციელოთ ფირფიტის ორ მეზობელ კიდეზე ხოლო დანარჩენ ორ კიდეზე მოვდოთ გამჭიმავი დატვირთვები.

ანგარიში (ამოხსნა)

ნახ. 4 და ნახ. 5 წარმოდგენილია რიცხვითი ექსპერიმენტის შედეგები ჩამაგრებისა და დატვირთვების პირველი შემთხვევისათვის სადაც ფირფიტის პარალელურ წიბოებზე მოქმედებს გამჭიმავი ძალები. ძაბვების საშუალო მნიშვნელობა ტოლია 1000/200*3=166.67 პა.



ნახ. 4 ძაბვები ox ღერძის მიმართულებით დატვირთვის შემთხვევაში
ნახ. 5 ძაბვები ox და oy ღერძების მიმართულებით დატვირთვების შემთხვევაში

დასკვნა

ანალიზური ამოხსნების შედეგებისა და რიცხვითი ექსპერიმენტის შედეგების ანალიზმა გვაჩვენა, რომ თუ ფირფიტის ზედაპირის აპროქსიმაციას მოვახდენთ სხვადასხვა ზომის 4 - კვანძიანი ოთხკუთხა ელემენტებითცდომილება ანალიზურ ამონახსნთან მიმართ პრაქტიკულად 0-ის ტოლია და ასევე თუ ელიფსის ნახევარღერძების შეფარდება ერთმანეთთან ორის ტოლია, მაშინ ძაბვის მნიშვნელობა პარაბოლის წვეროებზე იზრდება შვიდჯერ. რიცხვითმა ანალიზმა გვაჩვენა რომ, ვიწრო ელიფსის შემთხვევაში ძაბვების მნიშვნელობა წვერზე დიდია და შესაძლებელია იგი მიისწრაფოდეს უსასრულობისაკენ. რაც შეეხება მეორე შემთხვევას (ფირფიტის ოთხივე კიდეზე მოქმედებს გამჭიმავი ძალები) ჩვეულებრივი ელიფსის შემთხვევაში ძაბვათა თავმოყრა მოხდა ox ღერძის გასწვრივ ჩამაგრების მარჯვენა კიდეზე.

გამოყენებული ლიტერატურა:

[1] - ს.ბლიაძე, ზ. სესკურია, კონსტრუქციების მოდელირება და სტრუქტურული ანალიზი MSC/NASTRAN v.4-ში. გამ. „თბილისი", 2008 წ. 339 გვ;

[2] - А.В. Апександров. В.Д. Потанов Основы теории упругностьи и пластичности. М. "Вишая школа" 1990г. 400стр;

[3] - А.Г. Щербо. Основы теории упругностьи и пластичности. Новосибирси ПГУ 2008г. 240стр;

[4] - В.И. Самуль. Основы теории упругностьи и пластичности. М. "Вишая Школа" 1992г;

[5] - H. Jane Helena, Theory of elasticity and plasticity PHI learning 2017y 264p;

[6] - Колосов Г. В. Об одном приложении теории функций комплексного переменного к плоской задаче математической теории упругости. - Юрьев: Типография К. Маттисена, 1909. - 187 с;

[7] - Inglis C. E. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners // Trans. Inst. Naval Arch. - 1913. - 105, pt 1. - P. 219 – 230;

[8] - ს.ნ. ბლიაძე, ს.ს. ბლიაძე, ნ.ს. ბლიაძე. ელიფსური ნახვრეტის მქონე ფირფიტის მოდელირება ღერძული დატვირთვის შემთხვევაში პლასტიკური დეფორმაციის გათვალისწინებით. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „საჰაერო ტრანსპორტი", საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, №1(17) 2023 წ. 13-18 გვ.

Analysis on strength of the rectangular plate with an elliptical hole in case of axial loads

S. Tepnadze[1], S. Bliadze[2]
[1,2] Georgian Aviation University
Ketevan Dedopali Ave. 16, 0103, Tbilisi, Georgia

Abstract

In the process of designing the aviation structure, the complete study of the stress field is one of the most important problems. Incomplete study of the stress concentration field has been the cause of many disasters. In this article, an inelastic plate with a central elliptical cross section under axial load discussed. The purpose of the article is to create an analytical model in the software complex MASTRAN, the solution of which will approach the analytical solution with high accuracy, and to determine the ratio between the semi-axes of the ellipse and the value of the stress concentration. The results of the analytical solution and the analysis of the results of numerical experiment showed us that if we approximate the surface of plate with 4-node quadrilateral elements of different sizes (it is not necessary to use 8 nodes quadrilateral elements) the error compared to the analytical solution is practically equal to 0, and also if the ratio of semi-axes of the ellipse is equal to two, then the value of stress at the vertices of parabola increases 7 times. Numerical analysis showed us that, in the case of a narrow ellipse, the value of stresses at the tip is large, and it is possible that it tends to infinity when the ellipse tends to the crack. As for the second case (tensile forces act on all four edges of the plate), in the case of a normal ellipse, the stresses were concentrated along the ox axis at the right edge of the attachment.